

力学所在工程结构表面台阶和开槽裂纹的弹性场求解和应力奇异性研究方面取得进展

工程结构表面存在台阶或者开槽时，会存在应力集中现象。受氧化、腐蚀以及疲劳等因素的影响，这些位置极易萌生裂纹，影响结构的完整性和安全性。理论上，台阶和开槽结构的弹性场求解一直是个难题，主要依赖有限元计算。超常环境非线性力学全国重点实验室的研究团队通过结合复函数弹性理论与共形映射（如图 1），实现了工程结构表面台阶和开槽问题的弹性场全场求解，并进一步实现了台阶和开槽根部萌生裂纹后，不同长度裂纹的弹性场全场求解。相关成果以“Elastic fields of surface steps and notches and associated cracks”为题发表在 Engineering Fracture Mechanics 上。

通过该理论方法发现表面台阶和开槽根部的应力奇异指数 $\lambda(\alpha)$ 与 张 口 角 度 α 满 足 以 下 关 系：

$$\lambda(\alpha) = \frac{\pi}{\alpha + \pi} \sqrt{\frac{\alpha + \pi + \text{sinc}(\alpha + \pi)}{\alpha + \pi - \frac{5}{6} \text{sinc}(\alpha + \pi)}} - 1, \quad \text{sinc}(x) = \frac{\sin x}{x}.$$
 当台阶和开槽

的根部出现短裂纹时，裂纹尖端的应力强度因子 K 满足

$$\frac{K}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} = Q \left(\frac{a}{h} \right)^{\lambda(\alpha)}, \quad \text{而当裂纹较长时, } \frac{K}{\sigma_0 \sqrt{\pi a}} = Q \left(\frac{a}{h} \right)^{-1}, \quad \text{这里 } Q \text{ 是}$$

量级在 1 附近的几何修正因子, σ_0 是远场应力, a 是裂纹长度, h 是台阶高度或者开槽的深度。这一随裂纹扩展而应力奇异性增强的现象表明了材料失效的加速原因, 对于材料寿命评价具有重要意义; 该理论方法可直接应用于具有表面台阶或开槽结构的工程材料可靠性分析, 代表性分析如图 2 所示。

以上成果由博士生王博男、斯杨剑以及魏宇杰研究员参与完成。研究工作得到了国家自然科学基金委卓越研究群体“非线性力学的多尺度问题研究”项目 (No.12588201) 的支持。

论文链接:

<https://doi.org/10.1016/j.engfracmech.2025.111571>

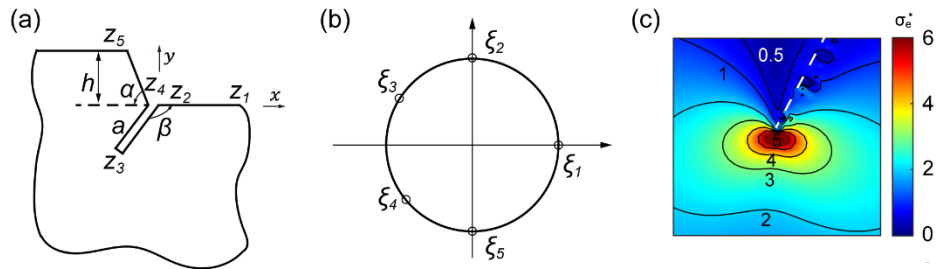


图 1: 裂纹形貌和对应的共形映射, 以及在无穷远处均匀应力下裂纹尖端的应力场。(a) 高度为 h , 根部裂纹长度为 a 的台阶及其根部裂纹的形貌, (b) 对应于 (a) 中的台阶裂纹共形映射, ξ_i 是 z_i 对应的映射点, (c) 理论求解得到的裂纹尖端的 von Mises 应力场

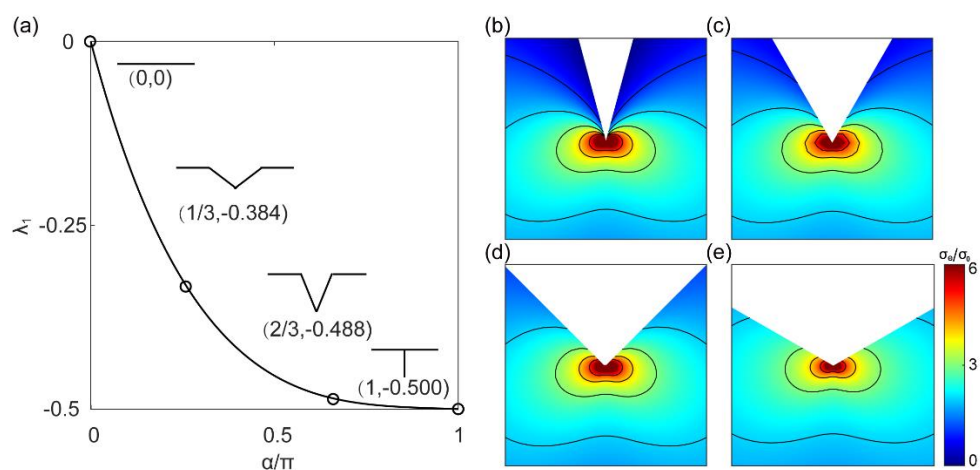


图 2: 台阶或者开槽受远场应力 σ_0 时根部的应力状态。(a) 奇异指数 $\lambda(\alpha)$ 与张口角度 α 的关系, 内置图片为开槽的几何形貌, 含角度和应力集中指数, (b) – (e) 依此对应于理论求解得到的不同开槽角度 30° 、 60° 、 90° 和 120° 时开槽根部的 von Mises 应力场